МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ “САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИТМО”

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

**Лабораторная работа №2:**

**«Переходные процессы,   
свободное движение, устойчивость»**по дисциплине Теория автоматического управления

Вариант №17

Выполнил: Студент группы R33362 Осинина Т. С

Преподаватель: Перегудин А.А.

Санкт-Петербург, 2022

# Задание №1. *Свободное движение.*

# *Дана система 2-го порядка, представленная в форме Вход-Выход*

*y’’+ a1y’ + a0y = u.*

*Самостоятельно придумайте семь наборов (λ1, λ2) корней характеристического уравнения, соответствующих:*

*1. двум устойчивыми апериодическим модам;*

*2. устойчивой и неустойчивой апериодическим модам;*

*3. нейтральной и апериодической модам;*

*4. нейтральной и линейной\* модам;*

*5. паре консервативных мод;*

*6. паре устойчивых колебательных мод;*

*7. паре неустойчивых колебательных мод.*

*Вычислите коэффициенты a1, a0 системы и найдите аналитическое выражение для свободной составляющей её движения yсв(t). В отчёте приведите все вычисления и полученные результаты. Проанализируйте устойчивость каждой из систем на основании корневого критерия, сделайте соответствующие выводы. Для каждой системы выберите ненулевые начальные условия y(0) и y’(0). Составьте схему для моделирования свободного движения и проведите моделирование сначала с нулевыми начальными условиями, а затем с выбранными ненулевыми. В отчёте приведите графики зависимостей y(t) и y’(t). Сделайте выводы.*

Решение

1. Сначала найдем коэффициенты двум устойчивыми апериодическим модам. Подберем *a1, a0*таким образом, чтобы

Так как это условие устойчивой апериодической моды:

Пусть *a1*=4,*a0* =3, тогда*:*

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях, пусть

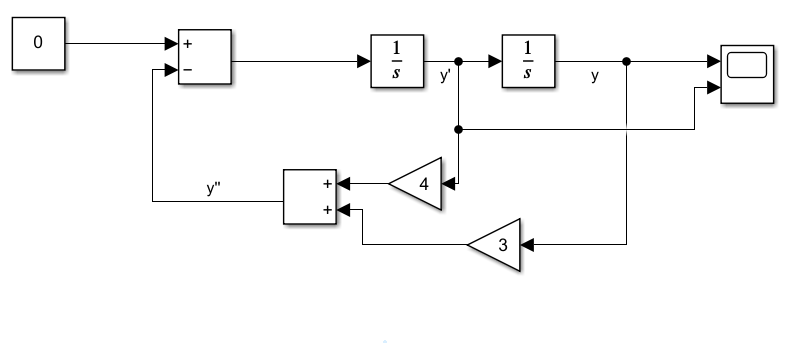


Рисунок 1. Схема моделирования для уравнения 1

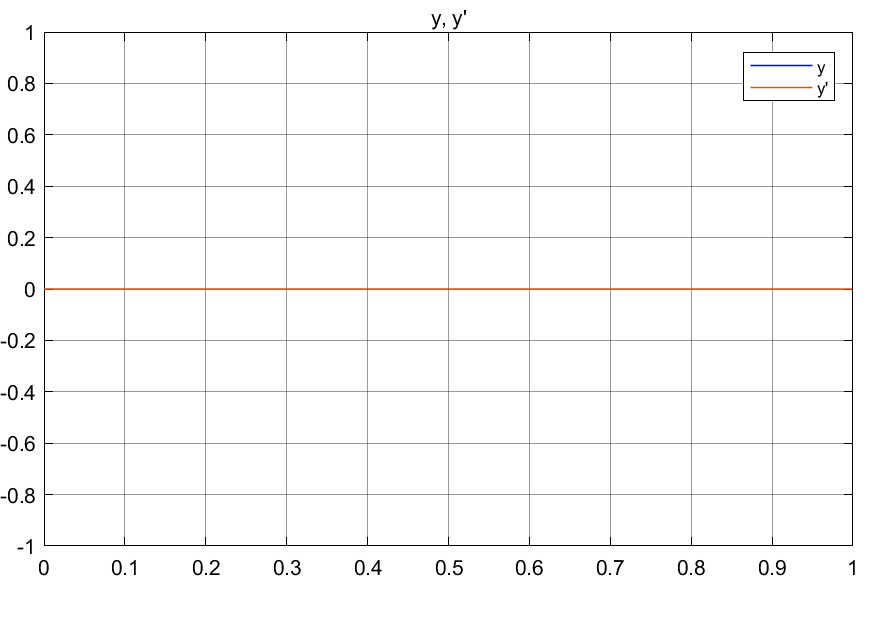


Рисунок 2. График зависимости y(t), y’(t) при нулевых условиях для набора 1

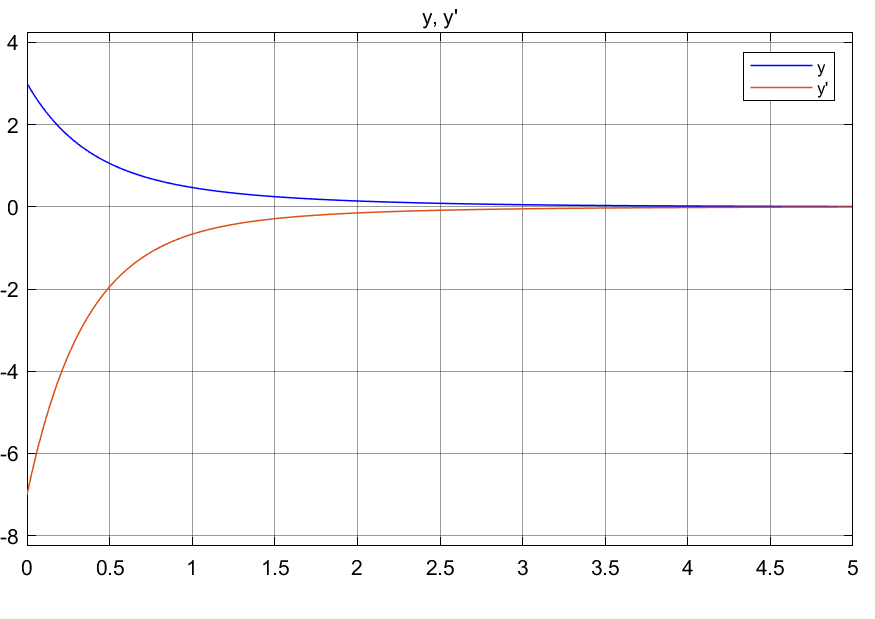


Рисунок 3. График зависимости y(t), y’(t) при ненулевых условиях для набора 1

1. Подберем коэффициенты устойчивой и неустойчивой апериодическим модам. Корни уравнения должны соответствовать следующим условиям:

Пусть *a1*= - 4,*a0 = - 5, тогда:*

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях, пусть

*Схема моделирования аналогична схеме на* Рисунок 1. Схема моделирования для уравнения 1*.*

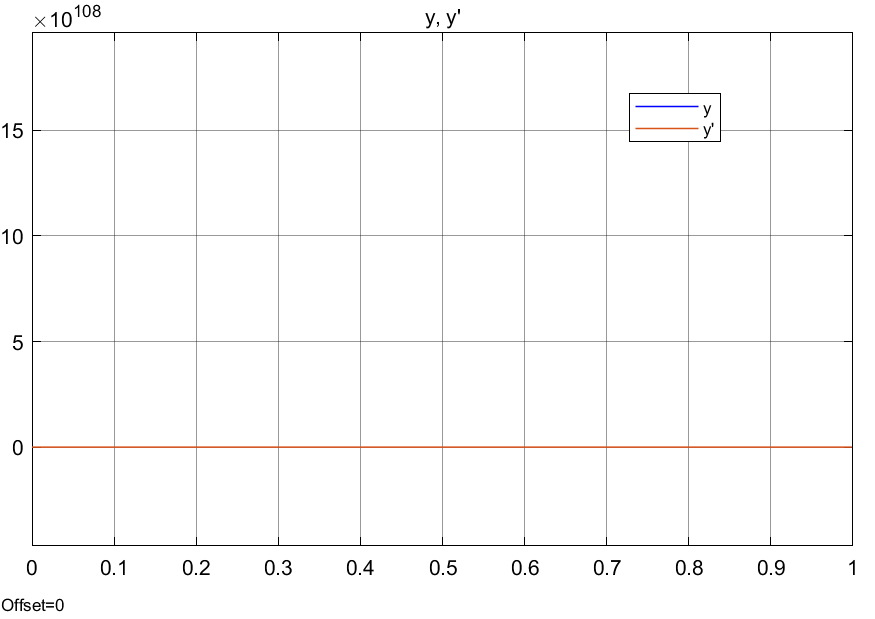


Рисунок 4. График зависимости y(t), y’(t) при нулевых условиях для набора 2

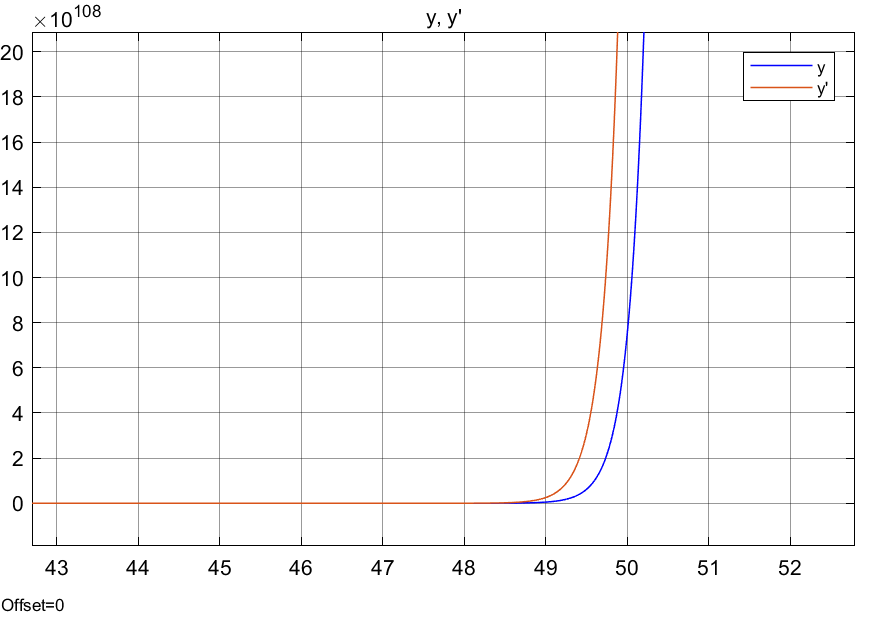


Рисунок 5. График зависимости y(t), y'(t) при ненулевых условиях для набора 2

1. Далее найдем коэффициенты, корни системы которых будут соответствовать нейтральной и апериодической модам.

Условие нейтральной и апериодической мод:

Пусть *a1*= 1,*a0 = 0, тогда:*

В этом случае получили корни, которые соответствуют нейтральной и устойчивой апериодической модам.

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях, пусть

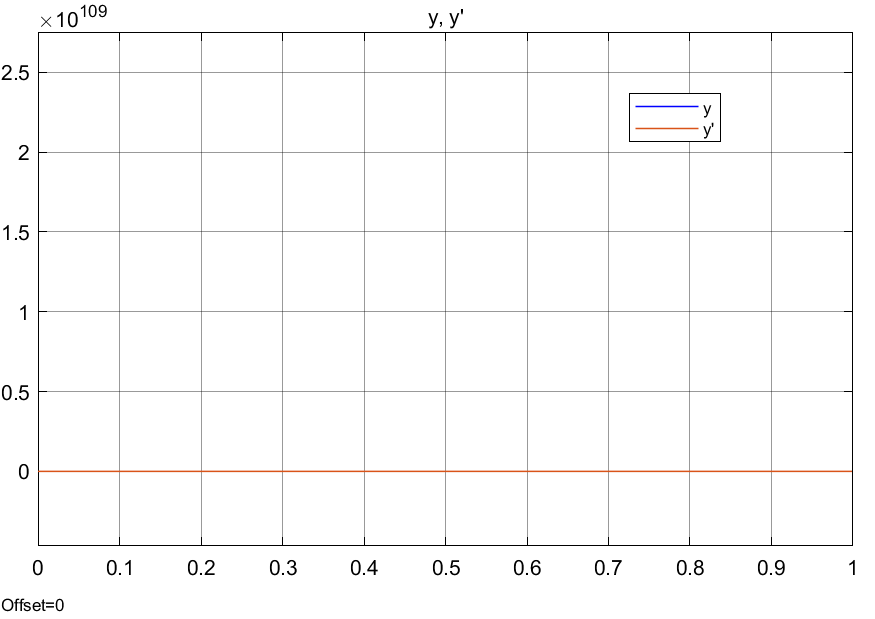


Рисунок 6. График зависимости y(t), y’(t) при нулевых условиях для набора 3

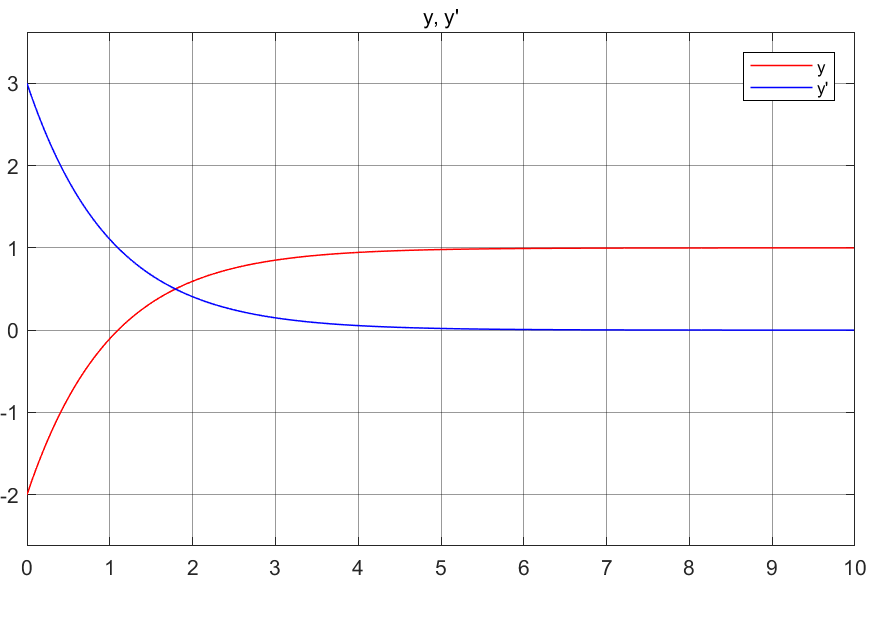


Рисунок 7. График зависимости y(t), y'(t) при ненулевых условиях для набора 3

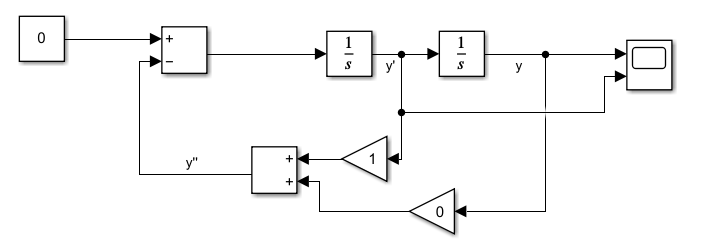


Рисунок 8. Схема моделирования для набора 3

1. Подберем коэффициенты нейтральной и линейной модам. Под «линейной» модой понимают моду, пропорциональную времени t. Так как я думаю, пример линейной моды – при рассмотрении уравнения движения простого тела через координату ,  
   то корни уравнения должны соответствовать данному условию:

Это условие выполняется, когда *a1*= 0,*a0 = 0:*

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях,

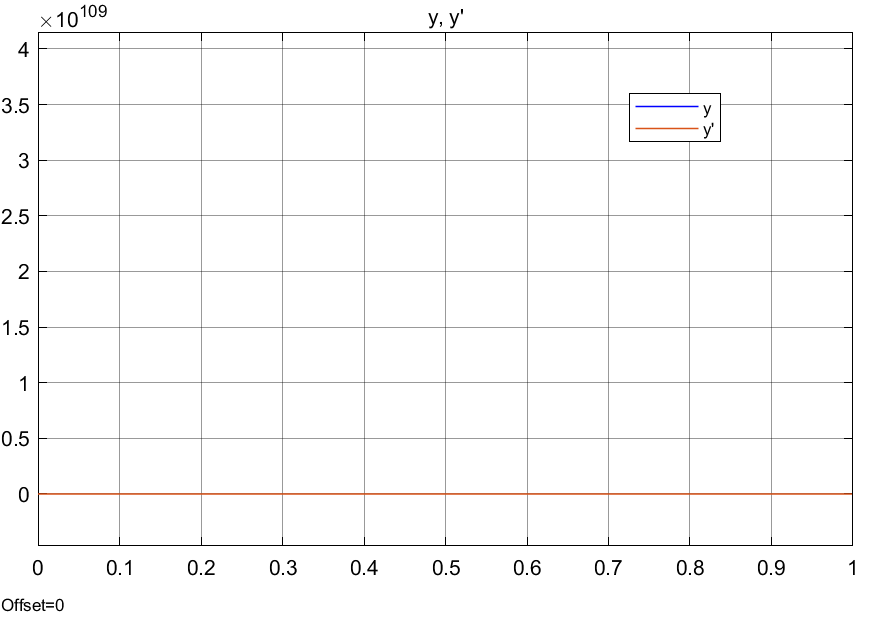


Рисунок 9. График зависимости y(t), y'(t) при нулевых условиях для набора 4

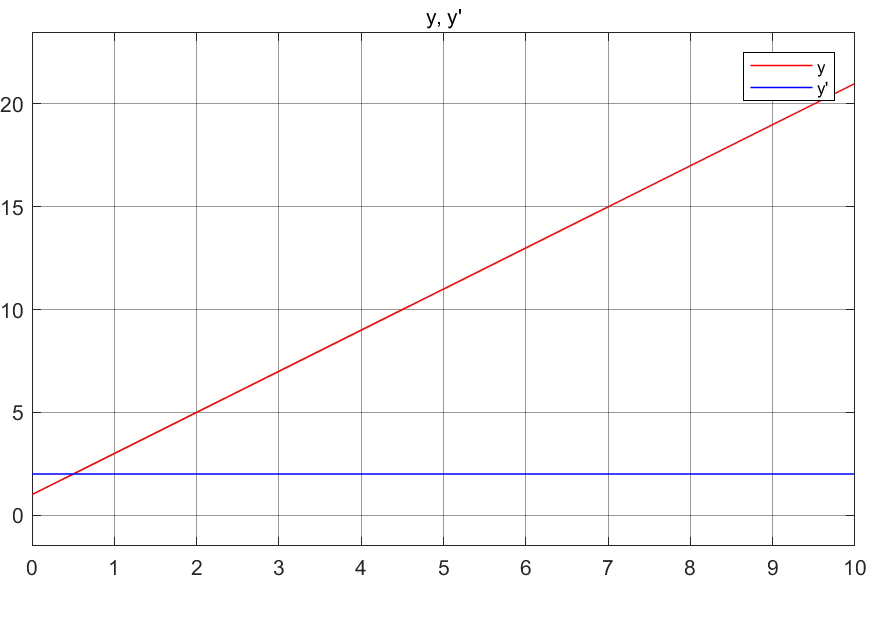


Рисунок 10. График зависимости y(t), y'(t) при ненулевых условиях для набора 4

1. Далее рассмотрим вариант пары консервативных мод, корни должны соответствовать следующим условиям:

Пусть *a*1=0, *a*0=4:

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях, пусть

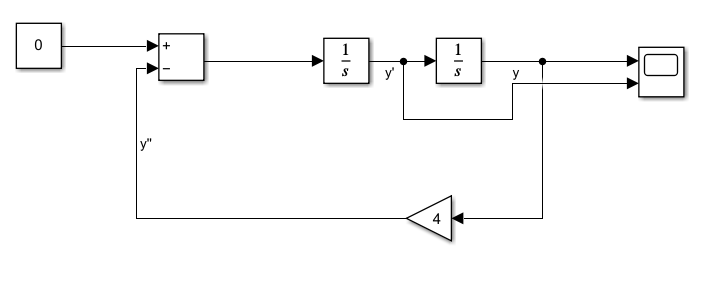


Рисунок 11. Схема моделирования уравнения 5

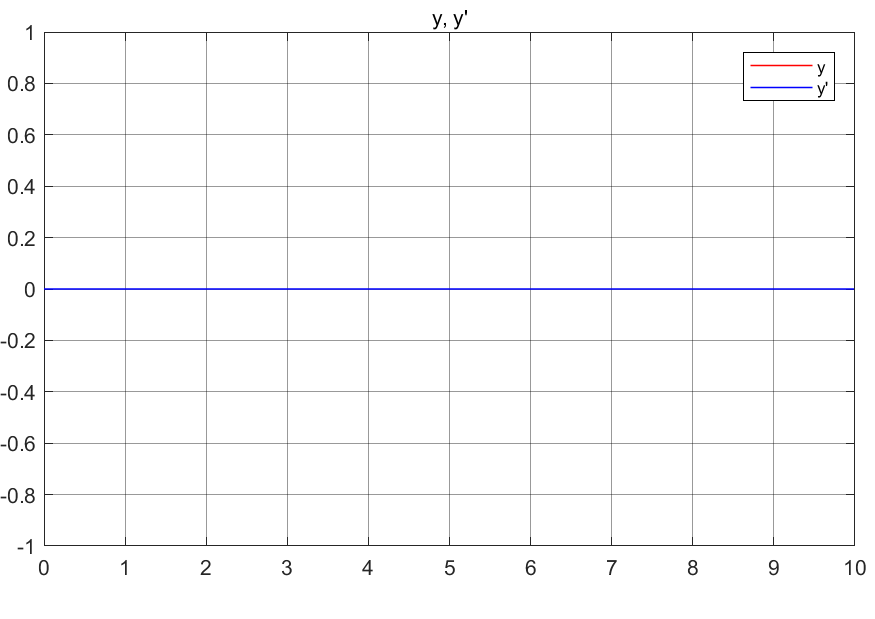


Рисунок 12. График зависимости y(t) при нулевых условиях для набора 5

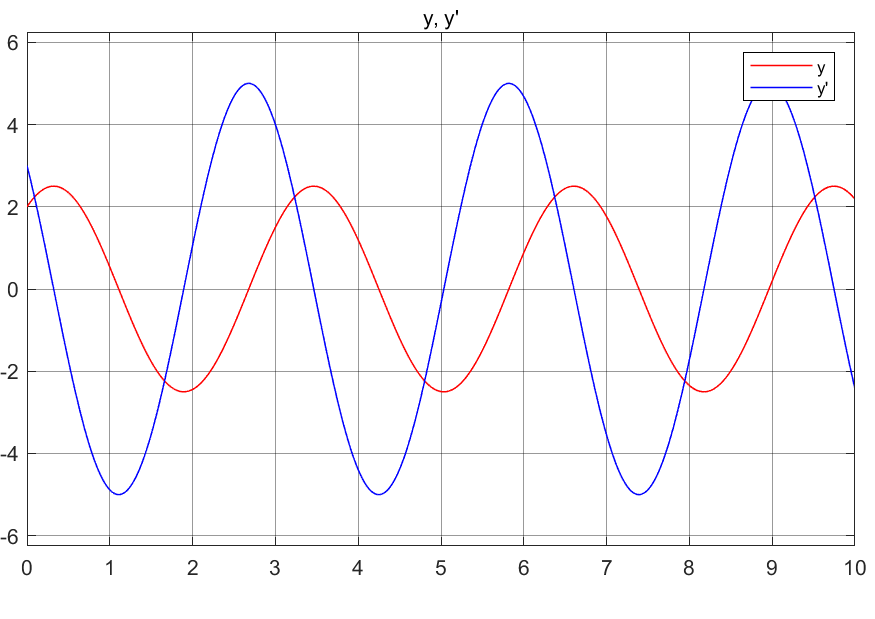


Рисунок 13. График зависимости y'(t) при ненулевых условиях для набора 5

1. Найдем коэффициенты, корни системы которых будут соответствовать паре устойчивых колебательных мод;

Пусть *a*1=2, *a*0=2:

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях, пусть

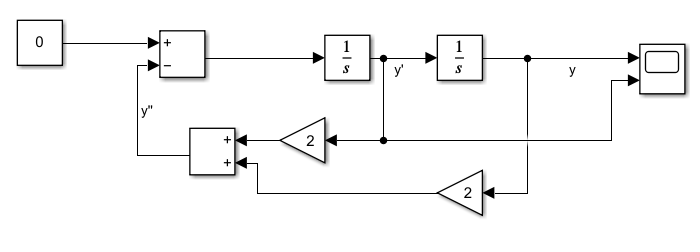


Рисунок 14. Схема моделирования уравнения 6

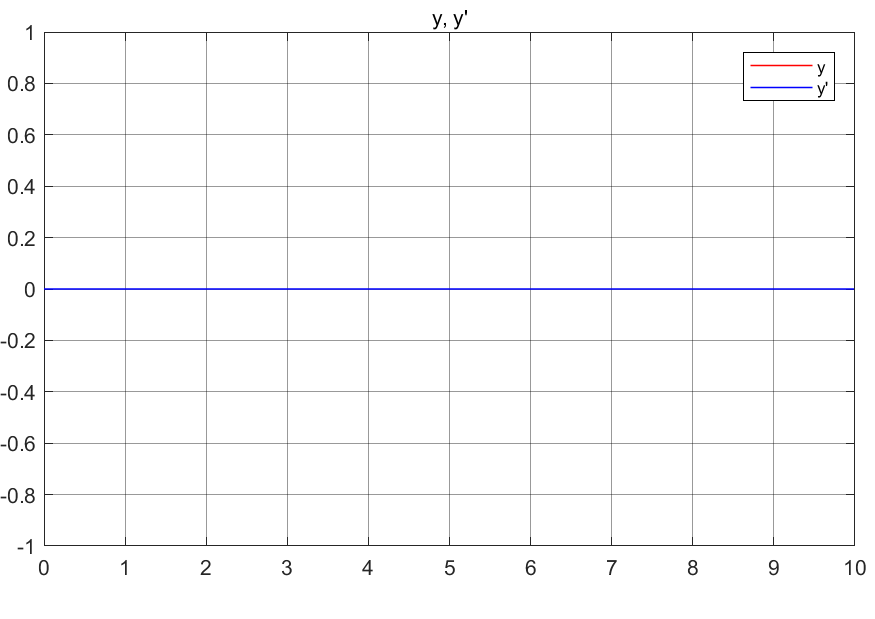


Рисунок 15. График зависимости y(t), y’(t) при нулевых условиях для набора 6

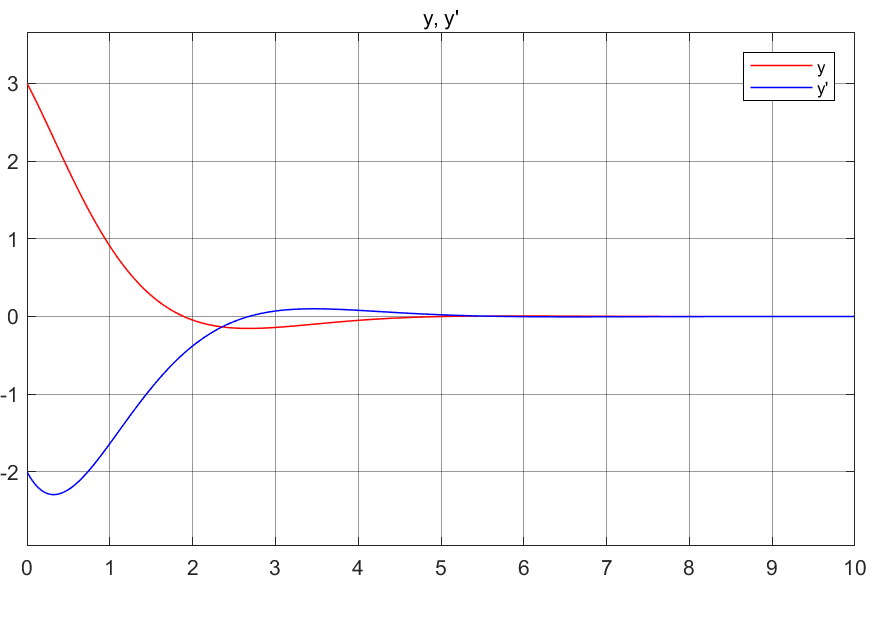


Рисунок 16. График зависимости y(t), y'(t) при ненулевых условиях для набора 6

1. Подберем коэффициенты, корни которых соответствуют паре неустойчивых колебательных модам. Корни уравнения должны соответствовать следующим условиям:

Пусть *a*1=-2, *a*0=2:

При нулевых условиях:

При ненулевых условиях, пусть

Схема моделирования аналогична схеме на Рисунок 14, различие только в коэффициентах.

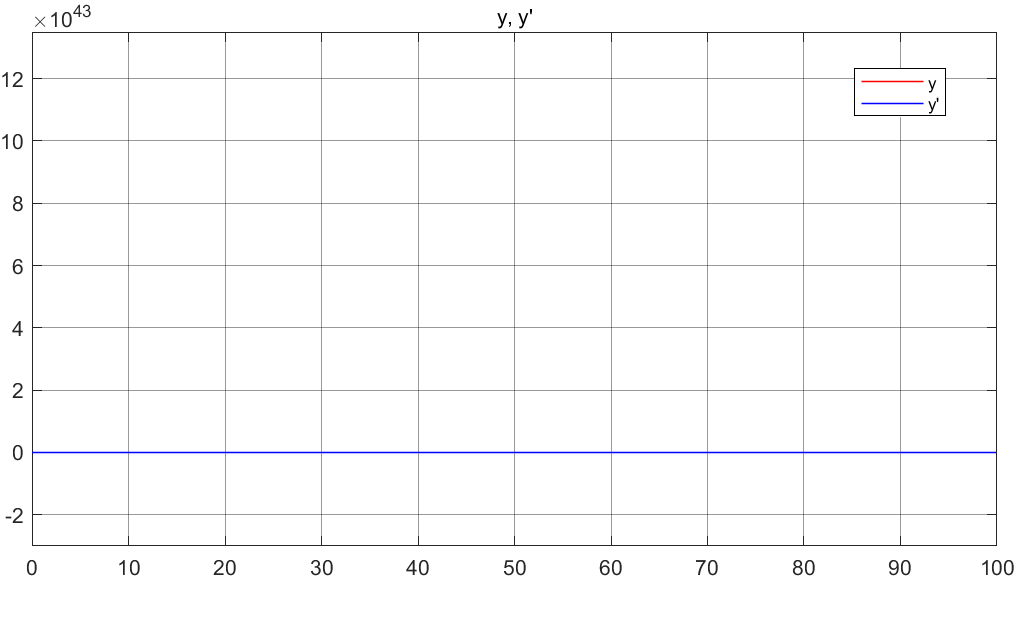


Рисунок 17. График зависимости y(t) y'(t) при нулевых условиях для набора 7

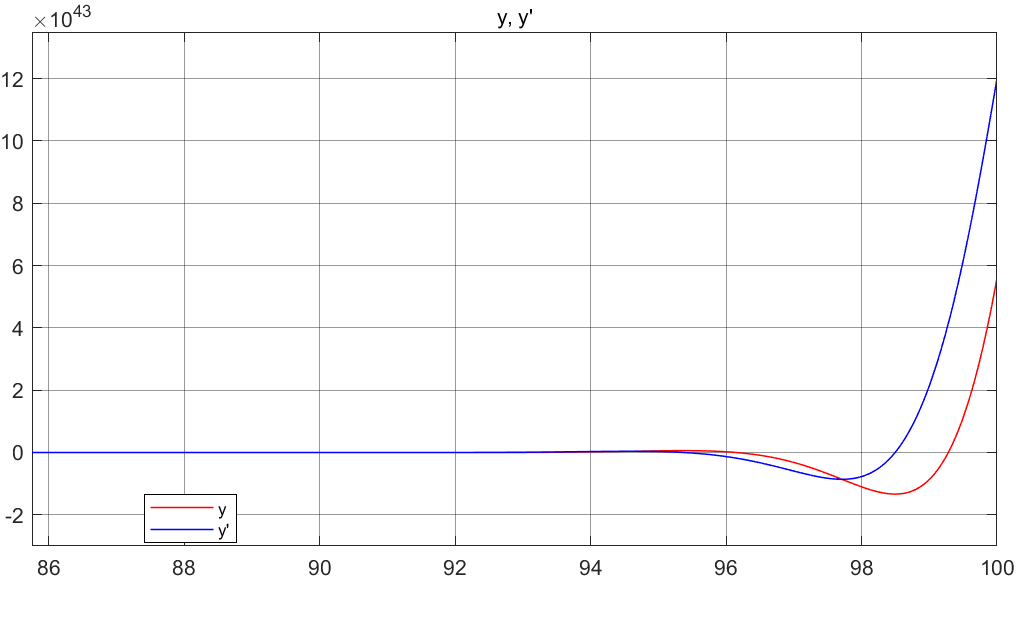


Рисунок 18. График зависимости y'(t), y(t) при ненулевых условиях для набора 7

Вывод: В процессе выполнения задания 1 проделали масштабную работу, а именно подобрали корни характеристического уравнения, соответствующих разным модам, используя корневой критерий устойчивости. Составили схемы моделирования для 7 разных уравнений, построили графики при разных условиях (нулевых и ненулевых). Результаты в более кратком виде приведены в Таблица 1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | λ1 | λ2 | *a1* | *a0* | уравнение |
| 1 | -1 | -3 | 4 | 3 |  |
| 2 | -1 | 5 | -4 | -5 |  |
| 3 | 0 | -1 | 1 | 0 |  |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 5 |  | - | 0 | 4 |  |
| 6 |  |  | 2 | 2 |  |
| 7 |  |  | -2 | 2 |  |

Таблица 1

# Задание 2. Фазовые портреты.

# *Самостоятельно изучите, что такое фазовые портреты системы. Для каждого набора значений корней (λ1, λ2) из задания 1 и произвольно выбранных трех наборов ненулевых начальных условий постройте (на одном графике) фазовые портреты (фазовые траектории) y’(y). Сделайте выводы о виде фазового портрета в зависимости от типа устойчивости системы.*

Решение

*y’’+ a1y’ + a0y = u.*

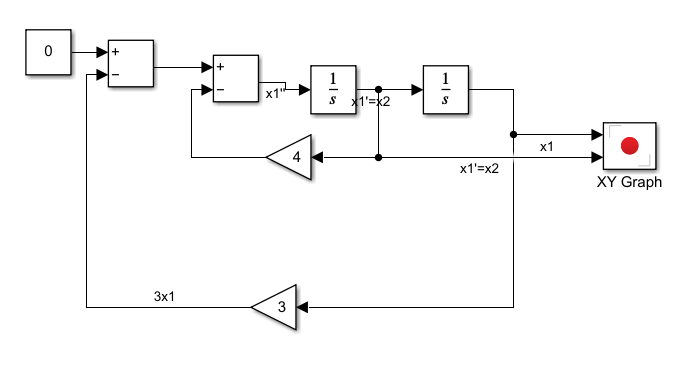


Рисунок 19. Схема моделирования для фазового портрета

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер набора | Уравнение | Фазовый портрет |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |

Таблица 2

**Вывод:** выполняя задание 2, были построены фазовые траектории для 7 разных наборов корней. Тип корней влияет на фазовый портрет, например, в наборе 5 по фазовому портрету можно определить, что корни мнимые, так как получили эллипс.

# Используемые источники:

1. Фазовые портреты «на пальцах» или что можно узнать о решениях диффура, не решая его <https://habr.com/ru/post/268507/>
2. <https://studme.org/270193/tehnika/fazovye_portrety_tipy_osobyh_tochek>

# Задание 3. Вынужденное движение.

*Выберите три системы из задания 1 с разными типами устойчивости (асимптотически устойчивую, на границе устойчивости и неустойчивую). Для каждого входного воздействия u(t) осуществите моделирование вынужденного движения системы при t ≥ 0 с начальными условиями y(0) = −1; 0; 1 и y’(0) = 0. Входные сигналы u(t) возьмите в Табл. 1. в соответствии со своим вариантом. В отчёте приведите графики выходных сигналов y(t). Сделайте выводы.*

Решение

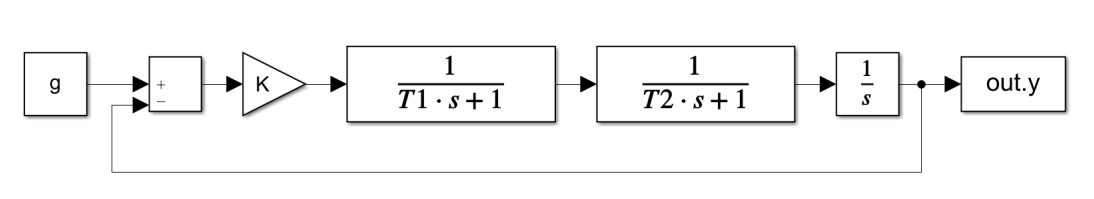
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип устойчивости | Уравнение | График |
| асимптотически устойчивая | *0* | Рисунок 20. График моделирования u(t) =1    Рисунок 21. График моделирования u(t) =0.5t    Рисунок 22. График моделирования u(t) =cos(t) |
| на границе устойчивости |  | Рисунок 23. График моделирования u(t) =0.5t    Рисунок 24. График моделирования u(t) =1    Рисунок 25. График моделирования u(t) =cos(t) |
| неустойчивая |  | Рисунок 26. График моделирования u(t)=cos(t)    Рисунок 27.График моделирования u(t)=cos(t)    Рисунок 28. График моделирования u(t)=0.5t    Рисунок 29.График моделирования u(t)=0.5t    Рисунок 30. График моделирования при u(t)=1    Рисунок 31. График моделирования при u(t)=1 |

Таблица 3

Вывод: в процессе выполнения задания поработали с разными типами устойчивости, заметим, что в асимптотически устойчивой системе, несмотря на различные начальные условия, функции все равно сходятся в одну линию, независимо от начальных условий. Системы на границе устойчивости не сходятся в одну линию, но линии графика параллельны друг к другу. В неустойчивой системе все, наоборот, видим сильные расхождения с увеличением времени.

# Задание 4. Область устойчивости.

*Соберите схему моделирования линейной системы третьего порядка, установив значение постоянных времени T1 и T2 таким образом, чтобы полюса соответствующих передаточных функций совпали с первым набором корней (λ1, λ2) из задания 1.*

**

*Определите аналитически границу устойчивости в пространстве параметров K и T1 для системы с фиксированным значением T2, опираясь на критерий Гурвица. Приведите графическое изображение границы устойчивости на плоскости двух параметров K(T1) и определите область устойчивости системы. Сделайте выводы. Определите аналитически границу устойчивости в пространстве параметров K и T2 для системы с фиксированным значением T1, опираясь на критерий Гурвица. Приведите графическое изображение границы устойчивости на плоскости двух параметров K(T2) и определите область устойчивости системы. Сделайте выводы. Возьмите три набора параметров K, T1 и T2 таких, чтобы первый набор соответствовал устойчивой системе, второй – системе на границе устойчивости, а третий – неустойчивой системе. Выполните моделирование при g(t) = 1 и сделайте выводы.*

Решение

Сначала построим передаточную функцию системы:

Находим истинную передаточную функцию системы (), которая действительно при умножении на вход давала бы нам выход системы:

Вид системы в форме вход-выход:

При свободном движении:

Составим матрицу Гурвица для оценки устойчивости системы:

Чтобы система была асимптотически устойчивой, все угловые ведущие миноры должны быть положительными:

Отсюда получим:

Пусть Т1=1, тогда найдем границу и область устойчивости (Рисунок 32. График K(T2)), граница выделена пунктиром:

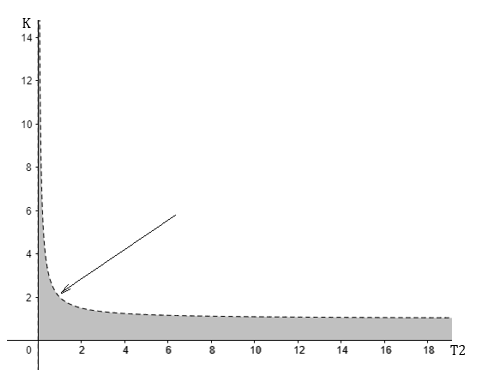


Рисунок 32. График K(T2)

Пусть Т2=, тогда:

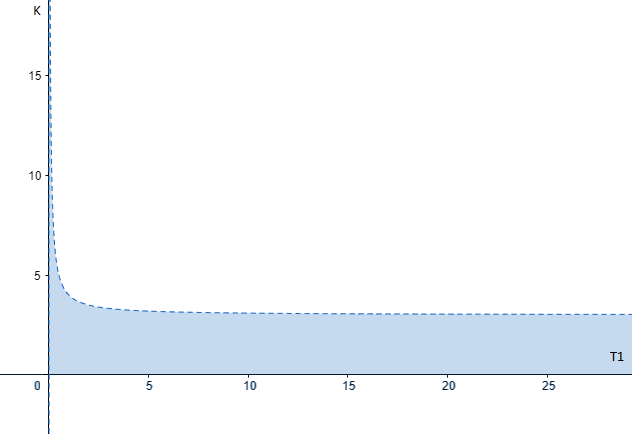


Рисунок 33. График K(T1)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Система | K | T1 | T2 |
| устойчивая | 1 | 0.5 | 1 |
| на границе устойчивости | 2 | 1 | 1 |
| неустойчивая | 1 | -1 | -2 |

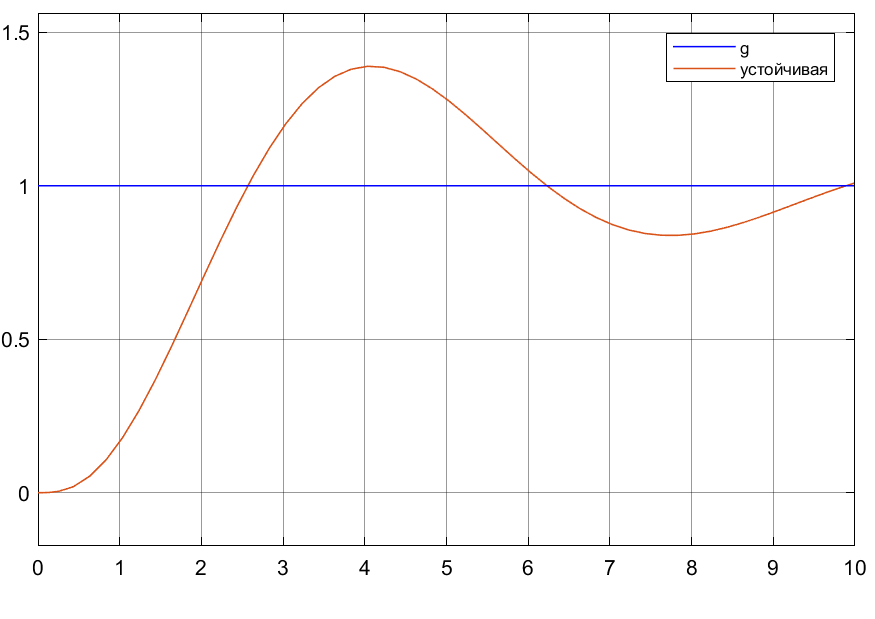


Рисунок 34. Моделирование при K=1, T1=0.5, T2=1

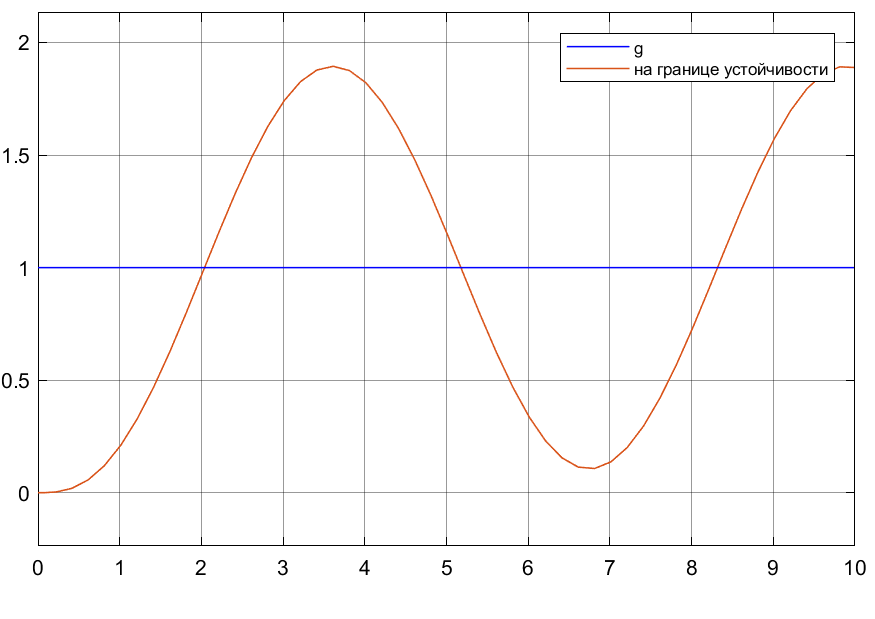


Рисунок 35. Моделирование при K=2, T1=1, T2=1

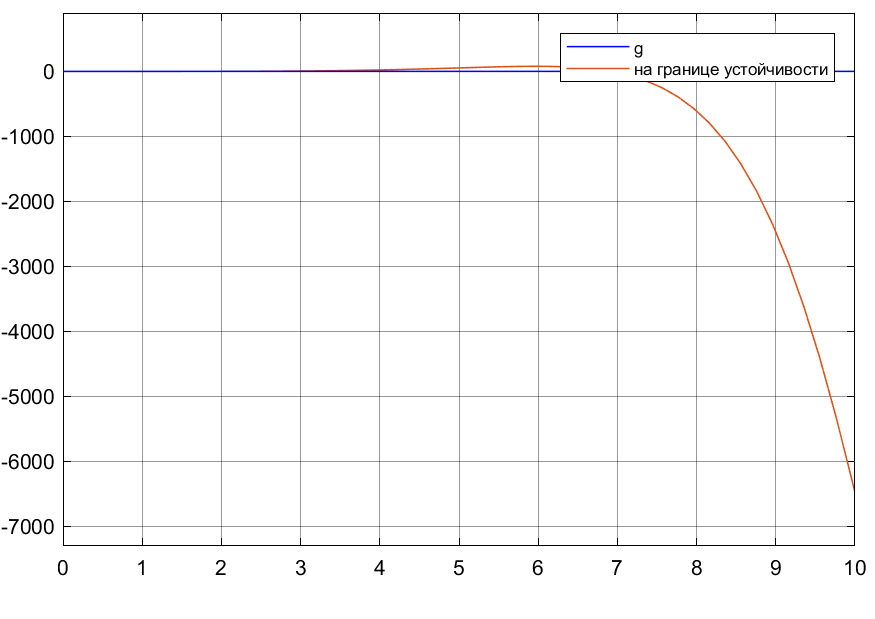


Рисунок 36. Моделирование при K=1, T1=-1, T2=-2

Вывод: в задание 4 изучали границы и области устойчивости. Анализируя графики, заметили, что графики устойчивой и на границе устойчивости системы схожи, в отличии от графика моделирования неустойчивой системы.

# Задание 5. Вновь свободное движение.

*Придумайте такую систему вида:*

*с ненулевыми начальными условиями x(0), чтобы выход системы при свободном движении совпадал с желаемым выходом:*

*В отчёте приведите матрицы A и C полученной системы, схему моделирования и результаты моделирования свободного движения системы с заданными начальными условиями. Выполните сравнение полученного выхода с желаемым. Сделайте выводы.*

Решение:

Так как y(t) содержит , предположим, что корни уравнения были равны:

Аналогично находит корни :

Тогда соберем все вместе:

Выберем вектор состояния , чтобы он соответствовал :

Составим систему для свободного движения:

Далее составляем матрицу A:

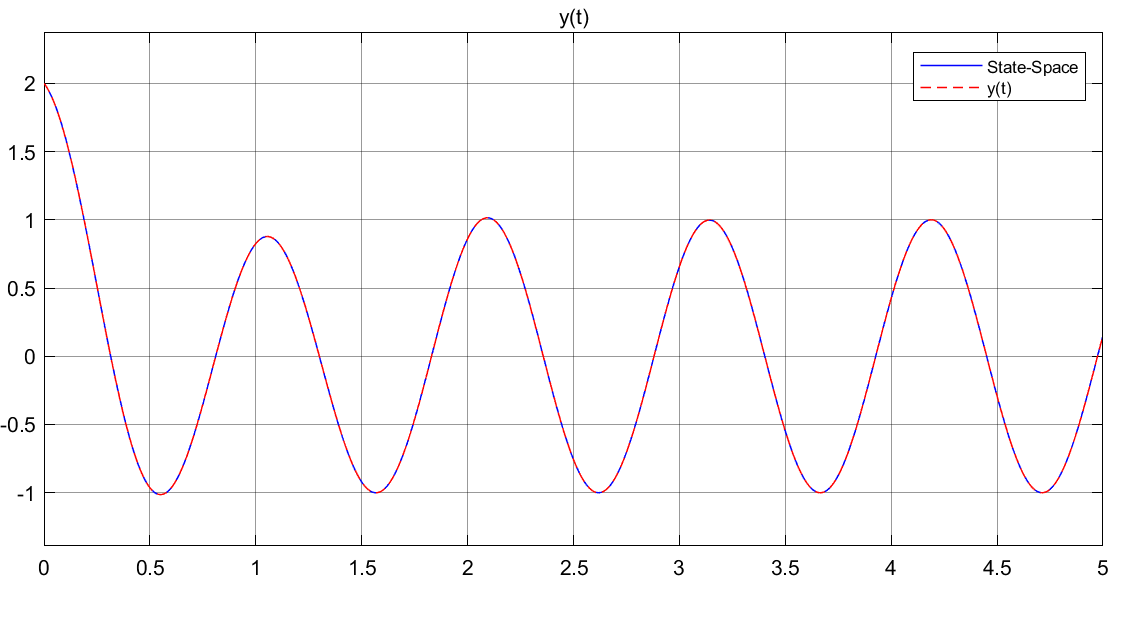


Рисунок 37. Результаты моделирования

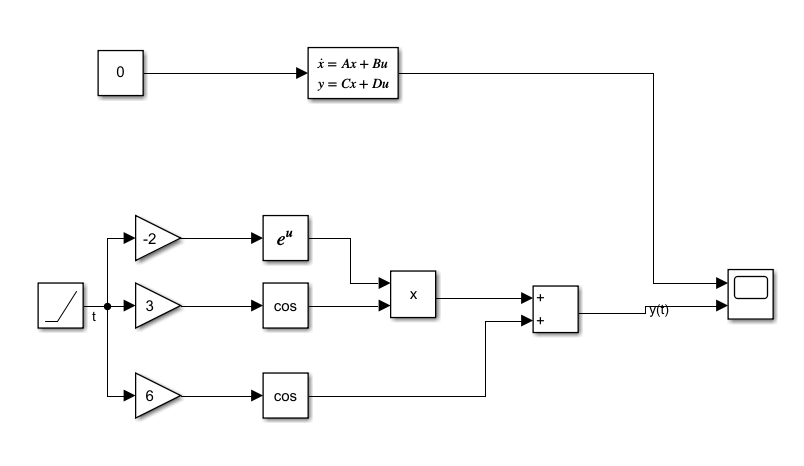


Рисунок 38. Схема моделирования

Вывод: в процессе выполнения задания 5 построили схему моделирования для систем найденной и желаемой. Анализируя, графики, видно, что графики одинаковые, значит A, C и начальные условия найдены правильно.